

На правах рукописи



Мангушева Алина Раисовна

**ОЦЕНКА КРАТКОВРЕМЕННОЙ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ
ПЛЕНОЧНО-ТКАНЕВОГО
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА**

Специальность

01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2012

Работа выполнена в Казанском государственном архитектурно-строительном университете на кафедре «Соппротивление материалов и основы теории упругости»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Каюмов Рашит Абдулхакович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Паймушин Виталий Николаевич**

доктор физико-математических наук,
профессор **Серазутдинов Мурат Нуриевич**

Ведущая организация: **Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук**

Защита состоится «28» февраля 2012 г. в 14 часов 30 минут в аудитории мех. 2 на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском (Приволжском) федеральном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.
E-mail: public.mail@ksu.ru

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И.Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета.

Автореферат разослан «27» января 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук, доцент



А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В последнее время наряду с развитием современной техники возникает необходимость в создании высокопрочных композиционных материалов, которые могли бы использоваться для создания пневматических и тентовых конструкций. В связи с экономичностью данного вида сооружений, а также с малой материалоемкостью, быстротой возведения таких сооружений, пленочно-тканевые композиционные материалы получили свое широкое применение. Поэтому задача разработки методик расчета эффективных механических характеристик пленочно-тканевого композиционного материала (ПТКМ) является актуальной.

Анализ опыта эксплуатации таких конструкций показывает, что их использование определяется экономически обоснованным сроком службы. На основании этого можно сделать вывод о целесообразности создания пленочно-тканевого композиционного материала с заданными прочностью и долговечностью в конкретных условиях эксплуатации. Создание механической модели элементарной ячейки композита, в которой варьируются физико-механические и геометрические параметры структурных составляющих, позволяет планировать натурные эксперименты и находить новые пути оптимизации структуры и эксплуатационных свойств композита.

Оценку снизу кратковременной прочности можно получить обычным способом на основе анализа напряженно-деформированного состояния в упругой постановке и сравнением уровня напряженности материала в наиболее напряженной точке конструкции с его допустимыми значениями. Другим способом оценки прочности конструкции является применение теории предельного равновесия. Методы данной теории позволяют получать оценки предельной нагрузки сверху.

Для оценки длительной прочности данного типа материалов необходимо знать закономерности изменения прочностных характеристик материала под воздействием силовых и эксплуатационных факторов и уметь определять напряженно-деформированное состояние (НДС) каждой компоненты композита в масштабе элементарной ячейки ткани в каждый момент времени.

Цель работы:

Разработать методики оценок характеристик кратковременной и длительной прочности пленочно-тканевого композиционного материала.

Научная новизна:

1. Разработана методика оценки снизу прочностных характеристик на основе анализа напряженно-деформированного состояния представительного элемента ПТКМ.
2. Разработана методика оценки сверху прочностных характеристик композита с учетом больших перемещений и деформаций, упрочнения фаз (компонент) этого материала.

3. Разработана численная методика оценки длительной прочности элемента ПТКМ с учетом ползучести, накопления микрповреждений и фотодеструкции фаз материала.
4. На основе численных экспериментов выявлены закономерности влияния механических и геометрических характеристик фаз композита на прочность и долговечность ПТКМ.

Обоснованность и достоверность результатов исследования обеспечивается корректностью постановки задач, применением строгих математических методов, согласованностью численных решений в некоторых частных случаях с известными аналитическими решениями, практической сходимостью численных решений.

На защиту выносятся:

1. Методика решения задач построения предельных кривых при двусосном растяжении ячейки ПТКМ.
2. Методика оценки кратковременной прочности по теории предельного равновесия при больших перемещениях и деформациях, наличии упрочнения.
3. Методика оценки длительной прочности ПТКМ.
4. Численная методика расчета и программное обеспечение для исследования НДС, оценки снизу и сверху кратковременной прочности представительного элемента ПТКМ и закономерности влияния механических и геометрических характеристик на кратковременную прочность ПТКМ.
5. Численная методика расчета и программное обеспечение для оценки длительной прочности ПТКМ с учетом ползучести, накопления микрповреждений и фотодеструкции материала и закономерности влияния механических и геометрических характеристик на длительную прочность ПТКМ.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных конференциях и семинарах. В том числе: на итоговых научных конференциях Казанского государственного архитектурно-строительного университета (2007 – 2011 гг.); XXIII международной конференции «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных элементов» (Санкт-Петербург, 2009 г.); XV, XVI международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова (Москва, 2009-2010 гг.); Третья международная конференция «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» (Москва, 2009 г.); Современные методы механики. X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Вторая Всероссийская школа молодых ученых-механиков (Нижний Новгород, 2011 г.)

В целом работа докладывалась на кафедре «Сопротивление материалов и основы теории упругости» Казанского государственного архитектурно-строительного университета в 2011 году.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 17 печатных работ, одна из них в рецензируемом издании из списка ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех разделов, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 108 страниц, включая 2 таблицы, 37 рисунков и список литературы из 162 наименований.

Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю и глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору *Каюмову Рашиду Абдулхаковичу* за постоянное внимание, содействие и помощь, оказанные на всех этапах работы, а также коллективу кафедры «Сопротивление материалов и основы теории упругости» Казанского государственного архитектурно-строительного университета за помощь и ценные консультации в период выполнения диссертации.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится обоснование актуальности изучаемой проблемы, сформулированы цели работы и задачи исследования, кратко изложено содержание диссертации по разделам, и приведены основные результаты, которые выносятся на защиту.

В разделе 1 приведен краткий обзор работ, связанных с темой диссертации. Широко используемым методом расчета конструкций является метод предельного равновесия, который является одним из разделов теории пластичности (отмечается, что анализ процесса пластического деформирования изложен в ряде основополагающих работ и монографий таких ученых, как Д.Д. Ивлев, А.А. Ильюшин, Л.М. Качанов, А. Надаи, В. Прагер, Ю.Н. Работнов, В.В. Соколовский, Р. Хилл, Ф. Ходж, В. Койтер, В.Д. Ключников и др). Одним из первых разработчиков теории предельного равновесия был А.А. Гвоздев, который сформулировал и обосновал экстремальные принципы, позволяющие оценить предельную нагрузку. Основам теории пластического разрушения посвящены работы Х. Гринберга, Д. Друкера, А.А. Маркова, В. Прагера, С.М. Фейнберга, Р. Хилла, Ф. Ходжа и др. Также большое внимание данной теории стало уделяться во второй половине XX века такими учеными, как А.С. Дяхтарь, М.И. Ерхов, Д.Д. Ивлев, Р.А. Каюмов, П.П. Мосолов, В.П. Мясников, Ю.В. Немировский, А.М. Проценко, А.О. Рассказов, А.Р. Ржаницын, Э.С. Сибгатуллин, И.Г. Терегулов, их ученики и др. Задачи, родственные рассматриваемым в данном исследовании, были изучены для слоистого композиционного материала в работах И.Г. Терегулова и Э.С. Сибгатуллина. Много работ в области жесткопластического анализа композиционных оболочек опубликовано Ю.В. Немировским. В одной из последних работ В.Г. Баженова указывается, что в большинстве случаев жесткопластический анализ нужно

проводить с учетом больших перемещений и деформаций. Отмечается, что метод вариации упругих постоянных, разработанный Р.А. Каюмовым и используемый в данной работе, был независимо от него предложен в работах Ю.Л. Рутмана.

Одним из наиболее существенных недостатков современных материалов типа ПТКМ является низкая стабильность их свойств во времени. С течением времени под воздействием механических напряжений и климатических факторов материалы стареют – в них протекают процессы, сопровождающиеся изменением их химического состава и физической структуры, что приводит к падению прочности материала. К определенному сроку службы материал перестает быть достаточно прочным.

Анализ литературы показал, что длительная прочность ПТКМ зависит от ряда факторов: основы армирующих тканей и вида полимеров в покрытиях, толщины полимерного покрытия по ткани и степени его светопропускания, величины и вида механических напряжений в материалах, интенсивности эксплуатационных воздействий.

Вопросам старения полимерных материалов посвящены работы В.А. Воробьева, И.М. Елшина, А.Г. Зайцева, Ю.С. Зуева, К.С. Минскера, П.С. Федосеевой, Б. Рэнби, Я. Рабекка, А.М. Сулейманова. Вопросам старения материалов под действием агрессивных сред также посвящено немало работ, в частности, В.В. Петрова и его учеников. К основным факторам старения полимерных материалов они относили температуру и влажность окружающей воздушной среды, наличие в окружающей воздушной среде агрессивных газов или паров и т.д. Показано, что солнечный свет, а именно его ультрафиолетовая часть, является наиболее агрессивным фактором старения этих материалов.

Делается вывод о том, что при расчете конструкции из ПТКМ можно выделить две основные стадии ее работы. Первая стадия – период изготовления сооружения, вторая стадия – период эксплуатации сооружения. На первой стадии необходимо оценивать кратковременные прочностные характеристики материала. Поскольку материал считается композиционным, то эти характеристики изменяются в больших пределах и зависят от структуры композита и материалов компонент композита. Прямое их экспериментальное определение требует большого объема работы, в связи с этим возрастает роль теоретических оценок прочностных характеристик композита. На второй стадии происходит деградация материала с течением времени под действием силовых факторов и агрессивных сред (под деградацией понимается уменьшение пределов прочности и жесткости материала). Поэтому на второй стадии необходимо уметь оценивать долговечность ПТКМ.

В разделе 2 рассматриваются методики оценки кратковременной прочности композита. Для анализа ПТКМ рассматривается представительный элемент этого материала (см. рис.1). Основной является задача построения предельных кривых в пространстве осредненных напряжений σ_x^* и σ_y^* (см. рис.2), которые определяются как отношения суммарных сил растяжения P_x и P_y ячейки к площадям торцов. При решении этой задачи рассмотрены

два подхода. Первый подход известен под названием метод допустимых напряжений. Исследуемый композиционный материал на тканевой основе рассматривается как неоднородная структура. В этом подходе принимается, что композит теряет прочность, если хотя бы одна компонента в какой-либо точке потеряла свою прочность (т.е., например, началась пластическая деформация матрицы, аналогично, пластические деформации нити также считаются недопустимыми). Очевидно, что этот подход дает возможность вычислить нижнюю границу прочностных характеристик.

Второй подход позволяет получить верхнюю границу по теории предельного равновесия. Согласно этой теории, даже если напряжения достигнут уровня, соответствующего текучести материала в какой-либо точке тела, это не означает, что дальнейшее догружение композита невозможно. Считается, что сплошность материала при этом не теряется, а уровень напряженного состояния остается постоянным в этой точке. Эта модель является моделью идеально пластического материала. При этом не требуется знания предыстории нагружения, важно только конечное состояние. Поскольку в случае, когда в достаточно большой области рассматриваемого тела напряжения достигли предельных значений, нагрузка уже не может далее увеличиваться, а деформации начинают неограниченно возрастать, то это приводит к жесткопластической модели деформирования тела, которая и используется в теории предельного равновесия.

В разделе 2.2 описывается метод решения задачи теории упругости для рассматриваемой ячейки. Для дискретизации области по пространственным координатам применялся метод конечных элементов (использовался восьмиузловой изопараметрический элемент).

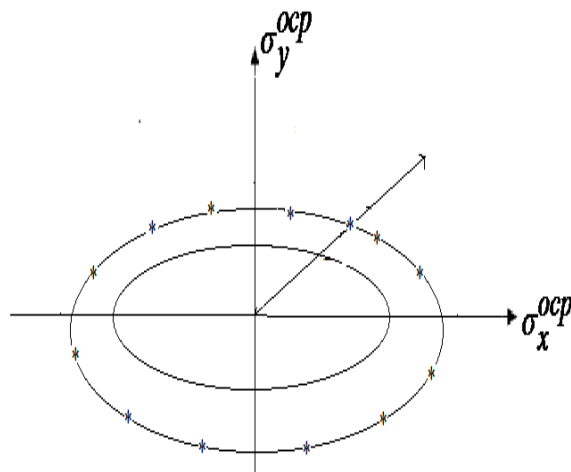
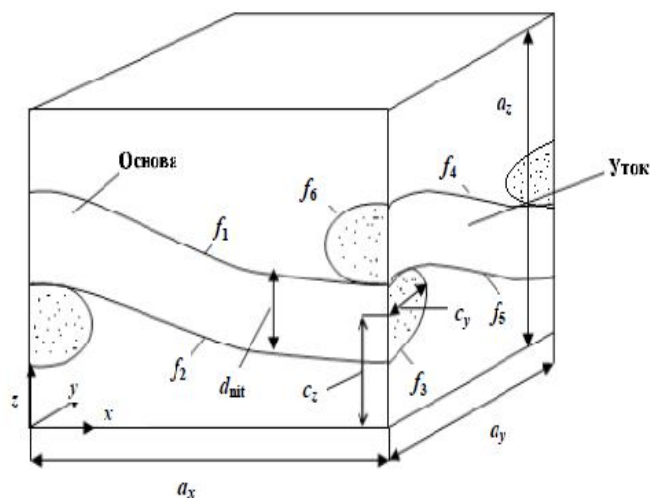


Рис.1. Элементарная ячейка пленочно-тканевого композита

Рис.2. Предельные поверхности

В разделе 2.3 излагается методика оценки снизу кратковременной прочности ячейки ПТКМ на основе анализа НДС в упругой постановке. Задавая перемещения торцов и решая задачу теории упругости о деформации ячейки, получаем деформации, затем напряжения. Далее находим

максимальную интенсивность напряжения σ_i^{\max} и определяем параметр перегрузки t_* из соотношения:

$$t_* = \sigma_i^{\max} / \sigma_T,$$

где σ_T - предел текучести.

Прочностные характеристики композита получаем путем деления ранее найденных характеристик на полученный параметр:

$$\sigma_x^{оср} = \frac{P_x}{S \cdot t_*}, \quad \sigma_y^{оср} = \frac{P_y}{S \cdot t_*},$$

где S - площадь сечения. Таким образом, определяется точка на предельной кривой (см. рис.2). Задавая другие соотношения перемещений торцов, получаем другие точки.

Приводятся результаты сравнения результатов, полученных на основе разработанных методик и программ, с аналитическими решениями для однонаправлено армированных материалов.

В разделе 2.4 приводятся результаты численных экспериментов, проводимых с целью исследования закономерности изменения нижней границы эффективных пределов прочности ПТКМ при варьировании некоторых геометрических и механических параметров структурных составляющих композита. Результаты представлены графически. На левом и переднем торцах были заданы нулевые перемещения по нормали к этим торцам, а в левой нижней точке – нулевое перемещение по оси z . На правом и заднем торцах были заданы перемещения (эти граничные условия представляют собой условия периодичности деформирования представительной ячейки). На рис.3 представлены зависимости предельных кривых от геометрических характеристик. Геометрические параметры (см. рис. 1) были заданы в миллиметрах и принимались следующими: $dnit = 0.4$, $c_z = 0.3$, $c_y = 0.2$, $a_z = 1$. В качестве механических характеристик были использованы модули упругости: $E_{осн} = 50 \text{ МПа}$, $E_{mat} = 1 \text{ МПа}$, $E_{уток} = 50 \text{ МПа}$; коэффициенты Пуассона: $\nu_{осн} = \nu_{mat} = \nu_{уток} = 0,4$.

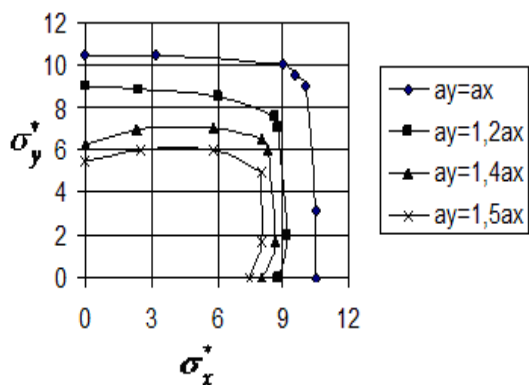


Рис.3. Предельные кривые для различных шагов плетения основы

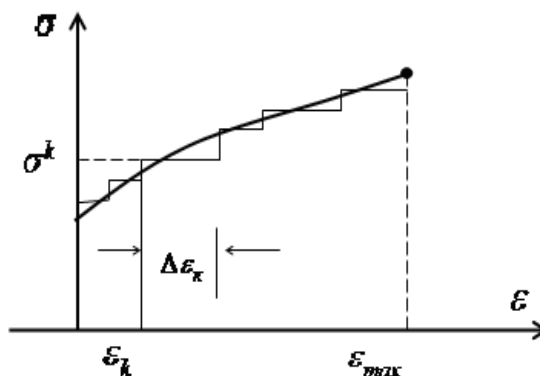


Рис.4. Диаграмма деформирования жесткопластического упрочняющегося тела и ее аппроксимация.

В разделе 2.5 приведена постановка задачи об оценке пределов прочности ячейки по теории предельного равновесия, а также описаны методы ее решения. Приведены основные допущения и положения теории жесткопластического тела.

Пусть условие текучести имеет вид

$$f(\sigma^{ij}, g_1, g_2, \dots) = 1. \quad (1)$$

Здесь σ^{ij} компоненты тензора напряжений, g_1, g_2 – параметры упрочнения, которые зависят от компонент тензора пластических деформаций $\varepsilon_{ij}^{(p)}$. В дальнейшем при записи основных соотношений механики будем использовать матрично-векторные обозначения, в частности, следующие векторы, составленные из компонент тензоров напряжений σ^{ij} и пластических деформаций $\varepsilon_{ij}^{(p)}$:

$$\begin{aligned} \sigma &= \{\sigma^{11}, \sigma^{22}, \sigma^{33}, \sigma^{32}, \sigma^{13}, \sigma^{12}\}^T, \\ \varepsilon &= \{\varepsilon_{11}^{(p)}, \varepsilon_{22}^{(p)}, \varepsilon_{33}^{(p)}, 2\varepsilon_{32}^{(p)}, 2\varepsilon_{13}^{(p)}, 2\varepsilon_{12}^{(p)}\}^T \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь индекс « T » означает операцию транспонирования, строчными буквами будут обозначаться векторы (если не указано иное), а прописными – матрицы.

Диаграмму деформирования при пренебрежении упругой частью деформации можно представить в виде, изображенном на рис. 4. Для того, чтобы в дальнейшем можно было применить статическую и кинематическую теоремы теории предельного равновесия, эта диаграмма аппроксимируется ступенчатой функцией (рис. 4). На каждом горизонтальном отрезке ввиду идеальной пластичности можно записать теперь условие текучести в виде

$$f^k(\sigma, g_1^k, g_2^k, \dots) = 1. \quad (3)$$

Здесь и далее индекс « k » будет означать номер шага по нагрузке, а все соотношения записаны для случая, когда напряжения соответствуют площадке текучести на отрезке $[\varepsilon_k, \varepsilon_{k+1}]$

Закон пластического течения на шаге с номером k примет вид

$$\dot{\varepsilon}_k = \dot{\mu}_k \frac{\partial f^k}{\partial \sigma}, \quad (4)$$

где точкой обозначается дифференцирование по безразмерному параметру «времени» t (под которым в статике обычно понимают параметр нагружения), μ – коэффициент пропорциональности, который определяется из условия текучести.

Если f^k представляет собой квадратичную функцию, то условие текучести можно представить в следующей векторно-матричной форме

$$f(\sigma) = (\sigma - s)^T A (\sigma - s) = 1. \quad (5)$$

Здесь A считается квадратной положительно определенной симметрической матрицей; s – вектор, на который сдвинут центр эллипсоида от начала координат пространства напряжений; случай $s = 0$ соответствует равнопрочному материалу, случай $s \neq 0$ – разнопрочному (условие (5) является обобщением условия текучести Мизеса).

Из закона течения (4) и условия текучести (5) в случае положительно определенной матрицы A вытекает выражение для напряжений:

$$\sigma = \frac{A^{-1} \dot{\epsilon}_k}{\sqrt{\dot{\epsilon}_k^T A^{-1} \dot{\epsilon}_k}} + s \quad (6)$$

Закон пластического течения (6) для случая $s = 0$ можно переписать в виде:

$$\sigma = E^P \xi, \quad E^P = \frac{A^{-1}}{\sqrt{\xi^T A^{-1} \xi}}, \quad \xi = \dot{\epsilon}. \quad (7)$$

Здесь легко видеть аналогию между нелинейно упругой и жесткопластической задачами. Для этого под ξ можно просто понимать деформацию. В данном разделе для нахождения нижней границы предельной нагрузки приведен метод вариации упругих постоянных, предложенный в работах Каюмова Р.А. Применительно к нашей задаче, он сводится к решению вариационного уравнения

$$\int \sigma^T \delta \xi dV = 0.$$

Подставляя из (7) $\sigma = E^P \xi$, получаем нелинейно упругую задачу, которая решается методом итерационного уточнения матрицы E^P на каждом шаге по перемещениям. Согласно статической теореме предельная нагрузка не меньше той нагрузки, при которой удовлетворяются уравнения равновесия, а напряжения не выходят за пределы предельной поверхности. Как показано в работах Каюмова Р.А. эту нагрузку можно найти из соотношения:

$$(P_x)_{stat} = \frac{P_x}{\sqrt{f_{max}}}, \quad (P_y)_{stat} = \frac{P_y}{\sqrt{f_{max}}}. \quad (8)$$

Как видно из соотношения (8), предельная нагрузка определяется по той же схеме, что и t_* в упругой задаче, изложенной в разделе 2.3.

В разделе 2.6. представлены результаты численных экспериментов по теории предельного равновесия. Были использованные следующие характеристики: предел текучести матрицы $\sigma_T^{Mamp} = 1/\sqrt{3}H/мм^2$, основы и утка $\sigma_T^{осн} = \sigma_T^{утка} = 10/\sqrt{3}H/мм^2$. Матрица A имела вид: $A_{11} = A_{22} = A_{33} = 1$, $A_{12} = A_{21} = A_{13} = A_{31} = -0.30$, $A_{44} = A_{55} = A_{66} = 3$, остальные $A_{ij} = 0$. Здесь используется матрица A для условия текучести Мизеса, но с уменьшенными внедиагональными элементами для обеспечения положительной определенности матрицы.

В геометрически линейной постановке решалась задача построения предельных кривых. На рис. 5 приведены результаты исследования

зависимости предельных напряжений при различных пределах текучести фаз ПТКМ. Поскольку за счет модифицирующих добавок можно варьировать механические свойства матрицы и нитей, то были проведены численные эксперименты по определению прочностных характеристик при различных механических свойствах ПТКМ. Были проведены также расчеты для анализа предельных кривых в пространстве напряжений растяжения в зависимости от геометрических характеристик ПТКМ.

Методики, разработанные в разделах 2.3 и 2.5, позволяют определить верхнюю и нижнюю границу прочностных характеристик (см. рис. 6).

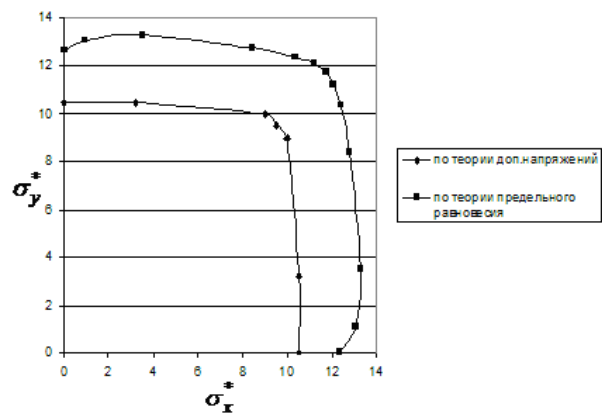
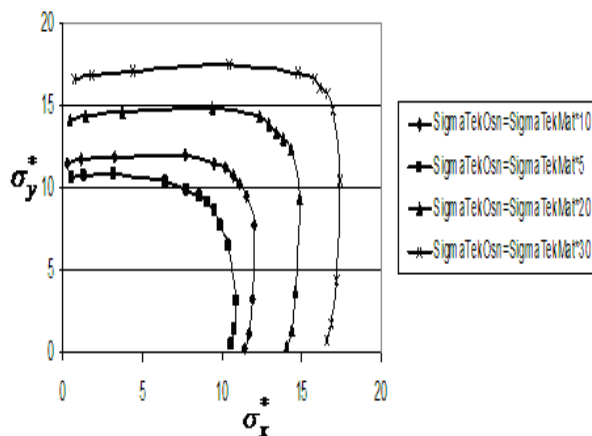


Рис. 5. Предельные кривые при различных пределах текучести нити
Рис. 6. Предельные кривые в пространстве напряжений по различным теориям

В разделе 2.7 рассматривается решение задачи о деформации пластической ячейки ПТКМ при больших перемещениях и деформациях.

Для определения реальной несущей способности конструкции необходимо учитывать ее поведение после начала пластического деформирования, поскольку в одних случаях происходит уменьшение предельной нагрузки, необходимой для дальнейшей деформации конструкции (что приводит к катастрофическому разрушению), а в других – ее увеличение. Такой анализ можно провести при учете конечности перемещений и деформаций. При решении задач по теории предельного равновесия для этого можно использовать Лагранжев подход, т.е. метод пересчета геометрии конструкции по известному полю перемещений. Подход в данной задаче достаточно прост, так как вся работа пластических деформаций рассеивается на каждом шаге по нагрузке, а не накапливается в теле, как это имеет место в случае упругих конструкций. Следовательно, каждый раз мы имеем совершенно новую конструкцию, для которой можно использовать методы предельного равновесия.

Суть метода решения задачи о деформации пластической конструкции при больших перемещениях и деформациях заключается в следующем. Поскольку в жесткопластическом теле не учитывается упругая часть

деформации, то вся энергия деформации рассеивается. Следовательно, в конце процесса наше исходное тело превращается в совершенно новое тело без остаточных напряжений. Если обозначать через \vec{x}^k радиус-вектор точки в момент времени t^k , через $\Delta\vec{u}^k$ – приращения перемещений, то радиус-вектор точки тела в деформированном состоянии будет:

$$\vec{x}^{k+1} = \vec{x}^k + \Delta\vec{u}^k$$

Теперь, приложив новую нагрузку, можно решать задачу в прежней постановке, но в новой конфигурации \vec{x}^{k+1} .

Рассмотрим вопрос об определении $\Delta\vec{u}^k$. Предположим, что для конфигурации \vec{x}^k получено решение задачи о предельном равновесии. Тогда известны поля скоростей перемещений \vec{u}^k , деформаций ε^k . Умножая на приращение параметра нагружения Δt , можно получить поля приращений

$$\Delta\vec{u}^k = \vec{u}^k \Delta t, \quad \Delta\varepsilon^k = \dot{\varepsilon}^k \Delta t$$

Добавление $\Delta\varepsilon^k$ к имеющейся на начало процесса величине ε^k дает полную пластическую деформацию:

$$\varepsilon^{k+1} = \varepsilon^k + \Delta\varepsilon^k$$

На шаге $k+1$ необходимо теперь в каждой точке x^{k+1} определить параметр упрочнения.

Поскольку для большинства материалов при больших деформациях появляется упрочнение, то необходимо учитывать изменение предела текучести. В данной работе используется теория изотропного упрочнения, которая принята в виде $g_1 = (\sigma_T(1 + C^*\beta))^2$, где C^* – механическая характеристика, β – параметр упрочнения. В работе рассматривается случай, в котором за параметр β принята величина, зависящая от накопленной работы пластических деформаций.

$$\beta = \sum \sigma_+^k \Delta\varepsilon_+^k$$

Для этого случая условие текучести можно записать в виде

$$\sigma^T A \sigma = g_1(\beta)$$

В разделе 2.8 представлены результаты численных экспериментов, проводимых по методике, изложенной в разделе 2.7.

Из рис. 7 видно, что при некотором значении удлинения ячейки предельная нагрузка достигает своего максимума (ввиду выпрямления нитей). После этого ввиду уменьшения площади сечения ячейки наступает исчерпание несущей способности рассматриваемого элемента. На рис. 8. представлены результаты эксперимента, полученные для случая наличия упрочнения.

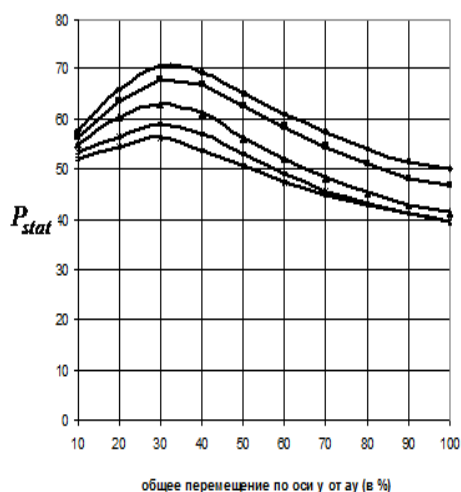


Рис.7. Зависимость растягивающей нагрузки от общего удлинения по оси у при различных удлинениях по оси х.

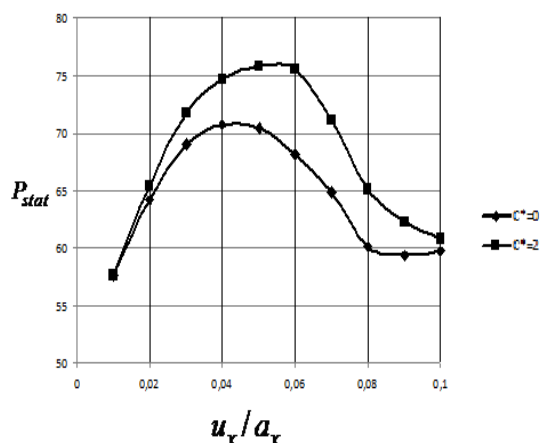


Рис.8. Зависимость растягивающей нагрузки от общего удлинения по оси у при $C^* = 0$ и $C^* = 2$

В разделе 3 рассматривается задача определения пределов длительной прочности на стадии работы ПТКМ (стадии ее эксплуатации). Здесь основную роль начинает играть деградация материала с течением времени под действием силовых факторов и агрессивных сред. Под деградацией понимается уменьшение пределов прочности и жесткости материала. В результате деградации материал разрушается через некоторое время даже при не очень высоких уровнях НДС, которые соответствуют эксплуатационным нагрузкам, поэтому задача решается в геометрически линейной постановке.

Задача оценки долговечности ПТКМ рассматривается с учетом ползучести, накопления микрповреждений и фотодеструкции. Приводятся основные соотношения, изложенные в работе: Каюмов Р.А. и др. // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2005. - Т.11. №4.

Под воздействием внешних несиловых агрессивных воздействий (в нашем случае, ультрафиолетового облучения) происходит изменение механических свойств фаз ПТКМ, которые назовем деструкцией материала (от воздействия ультрафиолета – его фотодеструкцией). При этом деструкция постепенно проникает в толщу материала на некоторый слой высоты h (этот процесс идет со стороны поверхности, подверженной облучению). В связи с этим используем скалярный параметр W – параметр фотодеструкции. Считается, что он пропорционален интенсивности ультрафиолетового облучения γ . Для него в качестве определяющего соотношения принимается эволюционное уравнение вида:

$$dW / dt = \gamma U(\sigma, \omega, W, h), \quad (9)$$

где ω - некоторый параметр состояния материала, σ - вектор, состоящий из компонент тензора напряжений.

Принимая для простоты, что поверхность облучения представляет собой плоскость, процесс проникновения фотодеструкции вглубь материала будем описывать уравнением, аналогичным соотношению (9):

$$dh/dt = \gamma R(\sigma, \omega, W, h)$$

Кроме параметра W используется также и параметр поврежденности ω , который описывает накопление в материале дефектов типа микротрещин, микропор. Для него также используется определяющее соотношение в дифференциальной форме:

$$d\omega/dt = \Omega(\sigma, \omega, W) \quad (10)$$

Условие прочности материала описывается соотношением вида:

$$f(\sigma, \varepsilon, \omega, W, g) = 1.$$

Здесь g – вектор структурных параметров, включающих в себя, в частности, предел прочности.

Для численных экспериментов использовались следующие упрощенные соотношения. Кинетическое уравнение относительно ω было принято в виде:

$$\frac{d\omega}{dt} = B \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^k \frac{1}{(1-\omega)^q} \left[1 + \left(\frac{W}{u} \right)^\chi \right]. \quad (11)$$

Здесь σ_i – интенсивность напряжений, а постоянные $B, k, q, \chi, u, \sigma_0$ – механические характеристики.

Для параметра W , характеризующего уровень фотодеструкции, принималась аппроксимация по области рассматриваемой ячейки, содержащая коэффициенты, для которых принимались соотношения типа (9). Для этого был введен параметр $W_0(x, y)$ – уровень фотодеструкции на поверхности $z = a_z$, подвергаемой облучению, а закон распределения степени фотодеструкции по глубине в расчетах для простоты считался линейным:

$$\begin{cases} W = W_0 \left(1 - \frac{a_z - z}{h} \right), & z \geq (a_z - h), \\ W = 0, & z < (a_z - h). \end{cases}$$

Относительно h и параметра W_0 использовались эволюционные уравнения в виде:

$$\dot{W}_0 = \varphi(\sigma_i, W_0) = \left(\gamma \gamma_u \left(1 + \frac{\sigma_{i0}}{\sigma_{i00}} \right)^m \right) / \left(\left(1 + \frac{W_0}{W_1} \right)^n \right), \quad m, n > 0,$$

$$\dot{h} = \psi(\sigma_i, h, W_0) = \left(\gamma_h \gamma \left[\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_h} \right)^\mu + 1 \right] W_0^b \right) / \left(\left[1 + \frac{h}{h_0} \right]^p \left[1 + \frac{W_0}{W_2} \right]^\eta \right),$$

где $W_1, W_2, n, m, \gamma_u, \sigma_{i00}, \sigma_h, \gamma_h, h_0, \mu, p, \eta, b$ – механические характеристики, σ_{i0} – интенсивность напряжений на поверхности $z = a_z$.

Были рассмотрены два варианта критерия разрушения. В упрощенном виде:

$$\omega = 1, \quad t = t^*,$$

где t^* – время, при котором наступает разрушение. Данное время будем называть для краткости долговечностью или критическим временем. Во втором варианте он записывается в виде:

$$\sigma_i = \sigma_{T_0} (1 - \omega), \quad t = t^*.$$

В разделе 3.2 описана численная методика оценки длительной прочности ПТКМ. Полная деформация складывается из упругой деформации и деформации ползучести:

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^e + \Delta \varepsilon^c,$$

где $\Delta \varepsilon$, $\Delta \varepsilon^e$ – векторы приращений полной и упругой частей деформации, $\Delta \varepsilon^c$ – вектор приращения деформации ползучести.

Каждая фаза для простоты считалась изотропной, закон упругости принимался линейным:

$$\sigma = [D] \varepsilon^e,$$

где $[D]$ – матрица упругих постоянных.

Поскольку в общем случае деформация ползучести зависит от многих параметров процесса, экспериментальное определение этих зависимостей – очень сложная задача, то принимались некоторые упрощающие предположения. Во-первых, с целью уменьшения количества механических характеристик, требуемых для описания законов деформирования фаз материала, принимается гипотеза Качанова (суть её состоит в том, что накопление микрповреждений не влияет на процесс ползучести). Хотя эта гипотеза справедлива в случае невысокой концентрации микродефектов в материале, однако, время деформирования тела при высокой концентрации значительно меньше времени деформирования при низких концентрациях микродефектов. Поскольку, как видно из (11), скорость накопления микрповреждений сильно возрастает при больших ω , то можно в первом приближении ограничиться этой гипотезой. Во-вторых, температура считалась равной некоторой среднегодовой величине с некоторым поправочным коэффициентом. Это предположение, безусловно, справедливо только для больших времён эксплуатации изделия. Кроме того, существуют методы определения величины этой среднегодовой температуры из условий энергетической эквивалентности. В результате соотношение для скорости деформации ползучести по теории течения принималось в виде:

$$\dot{\varepsilon}^c = C(\sigma_i) [D^{-1}] \sigma,$$

$$C(\sigma_i) = (s_0 + s_1 \sigma_i)^\xi,$$

где $[D^{-1}]$ – матрица, обратная матрице упругих постоянных для трёхмерного деформированного состояния, s_0 , s_1 , ξ – скалярные механические характеристики.

Для анализа НДС используется принцип виртуальной работы в приращениях

$$\iiint_V \Delta \sigma^T \delta \varepsilon dV = \iint_{S_\sigma} \Delta P^T \delta u dS + \iiint_V \Delta q \delta u dV, \quad (12)$$

где $\Delta P, \Delta q$ – векторы приращений внешних поверхностных и объемных сил, u – вектор перемещений, $\Delta \sigma$ – вектор приращений напряжений.

Учитывая, что в рассматриваемой задаче отсутствуют поверхностные и объемные силы и задаются лишь перемещения, а также, что $\Delta \sigma = [D] \Delta \varepsilon^e$ и $\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon^e + \Delta \varepsilon^c$, из соотношения (12) уравнение для нахождения $\Delta \varepsilon$ на шаге с номером $k+1$ можно записать в виде (здесь и далее нижние индексы показывают номер шага по времени):

$$\iiint_V ([D] \Delta \varepsilon_{k+1})^T \delta \varepsilon dV - \iiint_V ([D] \Delta \varepsilon_k^c)^T \delta \varepsilon dV = 0 \quad (13)$$

Это уравнение также решается методом конечных элементов по пространственным координатам, методом Эйлера – по времени.

В начальный момент времени напряжения определялись из решения упругой задачи:

$$t = 0: \quad \Delta \varepsilon_0^c = 0. \quad (14)$$

В другие моменты времени t_{k+1} вектор деформации ползучести $\Delta \varepsilon^c$ можно вычислить следующим образом:

$$\Delta \varepsilon_{k+1}^c = C((\sigma_i)_k) [D^{-1}]_k \sigma_k \Delta t. \quad (15)$$

Решая уравнение (13), определяем $\Delta \varepsilon_{k+1}$, $\Delta \sigma_{k+1}$, а затем $\Delta \varepsilon_{k+1}^e$ и т.д.

Для параметров поврежденности и фотодеструкции численное интегрирование ведется аналогичным образом:

$$\omega_{k+1} = (B(\frac{\sigma_i}{\sigma_0})^k \frac{1}{(1-\omega)^q} [1 + (\frac{W}{u})^x] \Delta t + \omega_k, (W_0)_{k+1} = (\gamma \gamma_u \varphi_k) \Delta t + (W_0)_k, \quad (16)$$

$$h_{k+1} = \psi_k \Delta t + h_k, \omega_0 = 0, (W)_0 = 0, \{\sigma\}_0 = [D] \{\varepsilon^e\} \quad (17)$$

В разделе 3.3 приведены результаты численных экспериментов, проведенных с целью анализа взаимного влияния параметров представительного элемента на его долговечность. Были использованы следующие упругие характеристики: модули упругости: $E_{osn} = 50 \text{ МПа}$, $E_{mat} = 1 \text{ МПа}$, $E_{utok} = 50 \text{ МПа}$; коэффициенты Пуассона: $\nu_{osn} = \nu_{mat} = \nu_{utok} = 0.4$. Значения коэффициентов принимались в виде: $\gamma = 1$, $n = 1$, $m = 0,5$, $\gamma_u = 0,01$, $W_1 = 1$, $B = 0.000025 \text{ час}^{-1}$.

На рис 9. показано влияние на критическое время t^* изменения толщины нити $dnit$ в зависимости от шага плетения основы a_x . Из рис. 9 видим, что степень снижения долговечности при увеличении толщины нити существенно зависит от шага плетения.

В геометрически линейной постановке была рассмотрена задача построения предельных кривых заданной долговечности ПТКМ при двухосном растяжении. На рис. 10 приведены предельные кривые в пространстве средних напряжений растяжения σ_x^* и σ_y^* для разных толщин нити $dnit$.

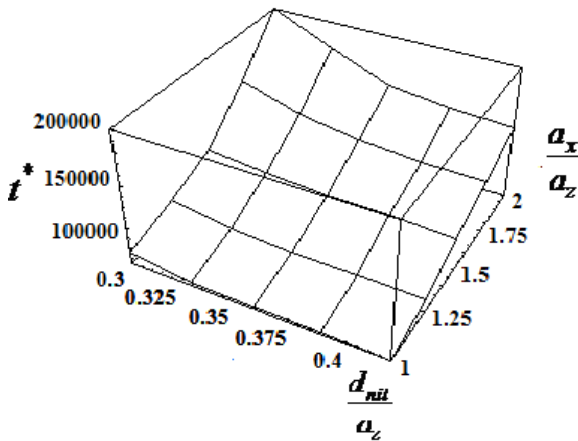


Рис. 9. Изменение долговечности t^* (в часах) в зависимости от толщины нити $dnit$ и от изменения a_x

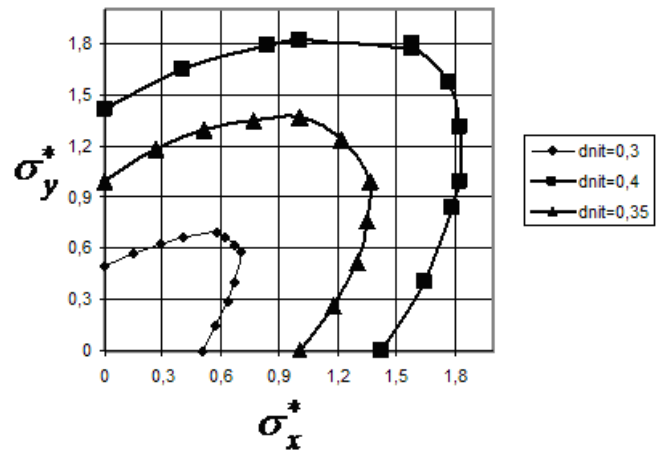


Рис. 10. Предельные кривые в осях суммарных растягивающих напряжений σ_x^* и σ_y^* , приводящих к потере прочности ячейки при $t^* = 230$ часов ($B = 0,025 \text{ час}^{-1}$)

Основные результаты.

1. Разработана методика оценки снизу прочностных характеристик на основе анализа напряженно-деформированного состояния представительного элемента ПТКМ, позволившая получить предельные кривые.
2. Разработана методика оценки сверху прочностных характеристик на основе теории предельного равновесия с учетом больших перемещений и деформаций и упрочнения фаз (компонент) композита.
3. Разработана численная методика оценки длительной прочности ПТКМ с учетом ползучести, накопления микрповреждения и фотодеструкции фаз материала.
4. На основе численных экспериментов выявлены закономерности влияния механических и геометрических характеристик фаз композита на прочность и долговечность ПТКМ.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Каюмов, Р.А. К определению долговечности пленочно-тканевого композиционного материала, подвергаемого воздействию солнечной радиации / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин, А.М. Сулейманов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2010. – Т.152, кн. 4. – С. 158-165.

Статьи в сборниках научных трудов и тезисы докладов на научных конференциях:

2. Мангушева, А.Р. Алгоритм определения областей, занимаемых основой и утком, в представительном элементе ПТМ / А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Программа и тезисы докладов 59 Республиканской научной конференции. – Казань: КазГАСУ – 2007. – 198 С.
3. Мангушева, А.Р. Напряженно-деформированное состояние представительного элемента пленочно-тканевого материала / А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Материалы 59-й Республиканской научной конференции. Сборник научных трудов докторантов и аспирантов – Казань: КазГАСУ – 2007. – С. 55-58.
4. Мангушева, А.Р. Результаты тестирования методики и программы решения задач о больших деформациях упругих тел в 3-х мерной постановке / А.Р. Мангушева // Программа и тезисы докладов 60 Республиканской научной конференции. – Казань: КазГАСУ, 2008. – С. 203-204.
5. Каюмов, Р.А. Анализ долговечности пленочно-тканевых композиционных материалов в трехмерной постановке / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Материалы Международного семинара, посвященного памяти заслуженного деятеля науки ТАССР проф. А.В. Саченкова "Актуальные проблемы нелинейной механики оболочек". – Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2008. – С. 67-69.
6. Каюмов, Р.А. Долговечность пленочно-тканевых композиционных материалов с учетом ползучести и накопления микрповреждений / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Аналитическая механика, устойчивость и управление движением. Материалы всероссийского семинара, посвященного столетию Кузьмина П.А. – Казань: КГТУ им. А.Н. Туполева, 2008. – С. 59-60.
7. Шакирова, А.М. Разработка методики проведения мониторинга остаточной прочности пленочно-тканевых композиционных материалов / А.М. Шакирова, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // 12-ые Вавиловские чтения. Матер. пост. действ. Всерос. междисциплинар. конф. с

- международным участием.- Йошкар-Ола, МарГТУ, Ч.2, 2009. – С. 243-245.
8. Мангушева, А.Р. Предельное состояние элемента композита на тканевой основе / А.Р. Мангушева // Программа и тезисы докладов 61 Республиканской научной конференции. – Казань: КазГАСУ, 2009. – С. 250.
 9. Каюмов, Р.А., Моделирование напряженно-деформированного состояния тканевых композитных материалов, обработанных потоком плазмы пониженного давления / Р.А. Каюмов, В.Н. Куприянов, И.З. Мухамедова, А.М. Сулейманов, А.М. Шакирова, А.Р. Мангушева // Материалы XV международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Т.2. М.: Изд-во «Типография «ПАРАДИЗ», 2009. – С.22-23.
 10. Мангушева, А.Р. Расчет прочностных характеристик композиционного материала по теории предельного равновесия / А.Р. Мангушева // Сборник материалов Третьей международной конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» DFMN-09, Москва, 12-15 октября 2009. - М: Интерконтакт Наука, 2009. – С. 884-886.
 11. Каюмов, Р.А. Предельный анализ ячейки композиционного материала / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Сборник материалов Третьей международной конференции «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» DFMN-09, Москва, 12-15 октября 2009. - М: Интерконтакт Наука, 2009. – С. 865-867.
 12. Мангушева, А.Р. Предельное состояние композитного материала / А.Р. Мангушева // "Математические методы и модели: теория, приложения и роль в образовании. Сборник научных трудов. - Ульяновск: УлГТУ, 2009. – С. 100 - 103.
 13. Каюмов, Р.А. Расчет несущей способности элемента композита на тканевой основе / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела: Труды Второй международной конференции. Казань, 8-11 декабря 2009 г./ науч.ред. С.А.Кузнецов – Казань: Казан.гос.ун-т, 2009. – С. 190-192.
 14. Каюмов, Р.А. Об оценке прочности и долговечности пленочно-тканевого композитного материала / Р.А. Каюмов, А.М. Сулейманов, И.З. Мухамедова, А.М. Шакирова, А.Р. Мангушева // Успехи строительной механики и теории сооружений. Сборник научных статей к 75-летию со дня рождения В.В. Петрова. – Саратов: Изд-во СГТУ, 2010 – С.110-116.
 15. Каюмов, Р.А. Расчет несущей способности ячейки пленочно-тканевых композиционных материалов при конечных деформациях / Р.А. Каюмов, А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Материалы XVI международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики

- конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Т.1. Ч.: ГУП «ИПК «Чувашия», 2010. – С. 90-92.
16. Мангушева, А.Р. Оценка несущей способности и долговечности элемента пленочно-тканевого композиционного материала / А.Р. Мангушева // Программа и тезисы докладов 62 Республиканской научной конференции. – Казань: КазГАСУ, 2010. – С. 297.
17. Мангушева, А.Р. Прочность и долговечность композиционного материала на тканевой основе / А.Р. Мангушева, А.Т. Мухаметшин // Современные методы механики. X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Вторая Всероссийская школа молодых ученых-механиков. Тезисы докладов – Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011. С. 102.

Подписано в печать 24.01.2012.
Формат бумаги 60x84/16. Гарнитура Times New Roman.
Тираж 120 экз. Усл. печ. л. 1,16. Заказ № 13.
Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии
Института экономики, управления и права (г. Казань).
420108, г. Казань, ул. Зайцева, 17.